試験問題 (生産システム工学 電気磁気学特論)

山本昌志*

2006 年 9 月 21 日

解答欄には、正しい日本語 (英語でも良い) の文章を使い、分かりやすく、論理的に自分の考えを記述すること。答えのみでは、ダメである。

なお、解答の式の記号の説明は、その記号が一般的なものであれば不要である。例えば、$\boldsymbol{E}$ は電場と直ちに分かるので、それをいちいち説明する必要はない。

[問 1]

– ベクトル $\boldsymbol{r}$ は位置ベクトルである．すなわち，$\boldsymbol{r} = (x, y, z)$ である．以下の勾配と発散，勾配を計算せよ．

$$\nabla\frac{1}{|\boldsymbol{r}|} \qquad\qquad \nabla\cdot\boldsymbol{r} \qquad\qquad \nabla\times\boldsymbol{r}$$

– δ 関数が

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-a)\mathrm{d}x = f(a) \tag{1}$$

となることを示せ．

[問 2] 半径がそれぞれ a と $b(\geq a)$ の導体球を同心にしてつくった球形コンデンサーの静電容量を求めよ。

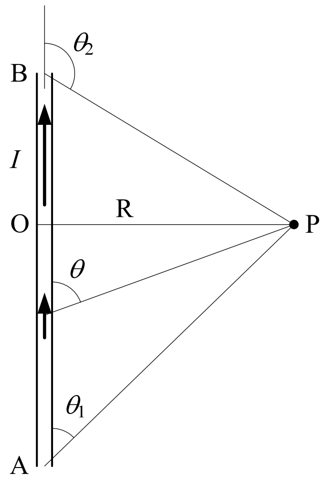
[問 3] 図の直線電流 I の AB の部分が、図の P 点につくる磁束密度は

$$B(P) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left[\cos\theta_1 - \cos\theta_2\right]$$

で与えられることを示せ。

---

*独立行政法人　秋田工業高等専門学校　生産システム工学専攻



[問 4] 微分形のマクスウェルの方程式を示せ。ガウスの定理とストークスの定理を使って、微分形のマクスウェルの方程式を積分形に書き改めよ。

[問 5] 自由空間のマクスウェルの方程式から，以下の波動方程式を導け.

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} = 0$$

[問 6] 以下の微分方程式

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) G(\boldsymbol{r}, t; \boldsymbol{r}', t') = -\delta(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')\delta(t - t')$$

の解であるグリーン関数は,

$$G(\boldsymbol{r}, t; \boldsymbol{r}', t') = \frac{\delta\left(t' - t + \frac{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}{c}\right)}{4\pi|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|}$$

である．これを使って，スカラーポテンシャルの解が

$$\phi(\boldsymbol{r}, t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho(\boldsymbol{r}', t - |\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|/c)}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|} \mathrm{d}V'$$

となることを示せ.