静電場(その2)

山本昌志*

2006年6月7日

1　先週の復習と本日の授業内容

1.1　先週の復習

1.1.1　単体の電荷によるクーロン力と電場

図1のように2つの電荷には力が働く．q_2 が q_1 におよぼす力は,

$$\boldsymbol{F}_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2)}{|\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2|^3} \tag{1}$$

となる．q_2 が $\boldsymbol{r}_1$ の位置に電場を作り，その電場が q_1 に作用を与えたと— と場の考え方ができる．すると，$\boldsymbol{r}_1$ の位置の電場は,

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}_1) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2)}{|\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2|^3} \tag{2}$$

となる．

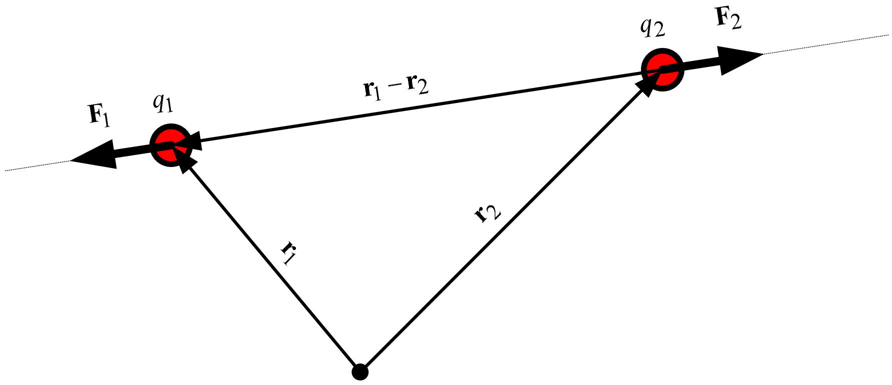

図 1: クーロン力

*国立秋田工業高等専門学校　生産システム工学専攻

1.1.2　多くの電荷がある場合

力は重ね合わせの原理が成り立つので，複数の電荷が作る電場も重ね合わせの原理が成り立つ．従って，複数の電荷がつくる電場は

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i)}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_i|^3} \tag{3}$$

となる．電荷が連続に分布すると，

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\rho(\boldsymbol{r}')(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}\mathrm{d}x'\mathrm{d}y'\mathrm{d}z' \tag{4}$$

と積分であらわすことができる．ここで，$\rho(\boldsymbol{r})$ は位置 $\boldsymbol{r}$ での電荷密度である．

1.1.3　電場の微分方程式と積分方程式

デルタ関数の助けをかりて，式 4 から直接，静電場をあらわす以下の微分方程式を得ることができる．

$$\nabla\cdot\boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{5}$$

$$\nabla\times\boldsymbol{E} = 0 \tag{6}$$

これらから，ガウスの定理とストークスの定理を用いて，積分方程式

$$\int_S \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n}\mathrm{d}S = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho\mathrm{d}V \tag{7}$$

$$\oint \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\ell = 0 \tag{8}$$

を得ることができる．

1.1.4　静電ポテンシャル

ベクトル解析の知識から，連続的に電荷が分布する場合のクーロンの法則は，

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = -\nabla\left\{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{V'}\rho(\boldsymbol{r}')\frac{1}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\mathrm{d}V'\right\} \tag{9}$$

と書き換えられる．これから静電ポテンシャル (スカラーポテンシャル) を

$$\phi(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{V'}\frac{\rho(\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}\mathrm{d}V' \tag{10}$$

と定義する．すると，電場は

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\phi \tag{11}$$

とあらわすことができる．

電荷 q を A から B まで移動させるの必要な仕事 W は，

$$
\begin{aligned}
W &= -\int_A^B \boldsymbol{F}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\ell} \\
&= -q\int_A^B \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\ell} \\
&= q\int_A^B \nabla\phi\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\ell} \\
&= q\left[\phi(B)-\phi(A)\right]
\end{aligned}
\tag{12}
$$

となる．このことから，静電ポテンシャルは電圧と等しいことが分かる．

1.2 本日の学習内容

本日は，先週に引き続き静電場の話をする．先週までに，ガウスの法則の積分形が終わったので，その微分形の話かは進める．本日の講義内容は以下の通りである．

- 静電ポテンシャルとポアッソン方程式
- コンデンサーと静磁場のエネルギー

2 導体中の静電場

最初の 2 つの導体内部と空洞内の静電場の話は，ファインマン物理学 III の電気磁気学が種本．ただ，これはどこでも示されているが，ファインマンの教科書は分かりやすいのでお薦め．

2.1 導体内部の静電場

金属のような導体の内部には大量の自由電子があり，自由に動きまわれる．例えば，ここに直径 10[cm] の銅の球があるとする．この中の自由電子の数はいくらほどであろうか?．銅の密度は 8.93[g/cm^2] で，原子量は 63.5 である．アボガドロ数は 6.02×10^{23} である．銅は 1 価の金属であるため，1 個の原子が 1 この自由電子を放出する．したがって，この球の中の自由電子数 N は，

$$
\begin{aligned}
N &= \frac{\frac{4}{3}\pi\times5^2\times8.93}{63.5}\times6.02\times10^{23} \\
&= 4.4\times10^{25}
\end{aligned}
\tag{13}
$$

となる．これほど多くの電子が自由に動きまわっているのである．さらに，電子の質量は 9.1×10^{-31}[kg] と非常に軽い．非常に軽い電子が，大量に球の中につまっている状態を想像せよ．

この球を帯電していない状態で，静電場の中に置くことを考える．金属中の電場はどのようになるであろうか?．金属中に電場ができると，素早く電子が移動し，その電場を打ち消すように移動する．その移動は，

電場がなくなるまで続く．電場がなくなるまでの時間はとてつもなく早い．したがって，通常の状態では，金属中の静電場はゼロとなる．

金属球を帯電させた場合は，どうなるであろうか?．金属球を絶縁体で支え，そこに向かって電子銃で電子を当てればよい．そのうち，電子がクーロン力により反発され，電子ビームがそれるが，ある程度の帯電は可能である．この場合でも，金属球内部では静電場はゼロになる．先ほどと同様の理由で，電場があると電子が動くからである．それでは，帯電した電子は何処にいくのだろうか?．金属球には余分な電子があるはずである．金属球内部に余分な電子があると，ガウスの法則により電場ができてしまう．そのようなことから，金属内部には余分な電子はないはずである．余分な電子は，金属の表面の極薄い部分に集まっているのである．内部に電場が生じないように表面に分布している．それらの電子は，余分な電子から力を受けているが，他の力により金属表面にとどめられているのである．

以上のことから，金属内部での静電場はゼロと結論できる．いかなる場合でも，静電場はゼロである．静電場ではなく，時間的に変動する電磁場でも周波数が低ければ，電場はゼロとなる．電場がゼロとならない周波数は，プラズマ周波数以上である．金属のプラズマ周波数は可視光よりもずっと高い．

2.2 空洞内の静電場

金属の内部ではいつも静電場はゼロであることは，分かった．それでは金属の内部がくりぬかれている空洞の場合はどのようになるのだろうか?．図 2 のようなことが考えられる．内部の空洞に電場がある．この場合，$\nabla\cdot\boldsymbol{E}=\rho/\varepsilon$ を満たしている．また，金属中にも電場はない．それにもかかわらず，このようなことは決して起こらないのである．明らかに，この図の場合 $\nabla\times\boldsymbol{E}\neq 0$ である．図 2 で示した部分に沿って電場を線積分するとゼロにはならない．空洞内部に静電場があるという仮定は矛盾することになる．したがって，$\nabla\times\boldsymbol{E}=0$ の要請も入れると，空洞内部の静電場はゼロとなる必要がある．金属で囲まれた内部は電場ゼロなのである．ただし，これは静電場のみで，振動する電磁場の場合は，内部に電場ができる．加速器の空洞の原理である．

金属で囲まれた内部には，外部の静電場が侵入することができず，いつでも電場はゼロである．ノイズから機器を遮蔽するために，金属で覆うのはこのためである．静電場のみならず，高周波の電磁場も侵入できない．完全に囲まれた空洞内部は電磁場がまったくない，静かな世界となる．逆に，電磁場のソースが空洞内部にあると，それはまったく外に漏れない．外部にノイズを出さないように，金属で覆う理由となっている．

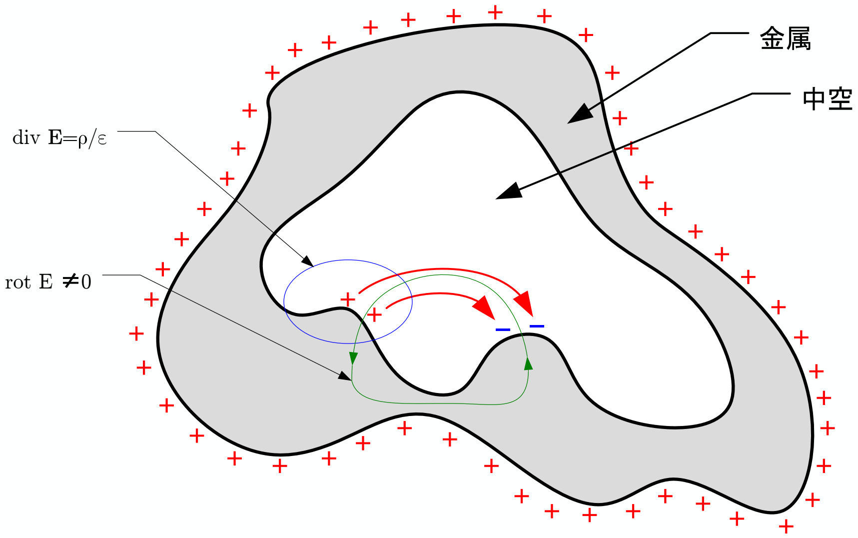

図 2: 空洞内部に静電場は決してできない．

コーヒーブレイク

余談であるが，金属が光沢があるのは，この自由電子の作用である．光の電場が金属内に入り込もうとすると，自由電子は非常に早く移動して，それを阻止する．光の電場と同期して，電子が移動することになる．その移動により新たに電場がつくられ，入射光と反対方向に電磁波 (光) を放射する事になる．これが反射光となり，金属は光沢を持つのである．一般に光るものは，自由電子がふんだんにあり，電気を通しやすい．
さらにこの自由電子は熱を伝える働きもする．金属の熱伝導率が高いのも，大量に自由電子があるからである．熱と光と全く異なった現象であるが，同じ自由電子が関与しているのはおもしろいことである．

3 静電ポテンシャルとポアッソン方程式

3.1 最も有用な静電場の計算方法

電場 $\boldsymbol{E}$ は，発散を表す式 (5) と回転を示す式 (6) の微分方程式を解けば計算できるが，大変である．一般にベクトルの方程式を計算するのは簡単でない．一方，スカラー場 ϕ を計算し，その勾配から電場を計算するのは比較的簡単である．電場だと (E_x, E_y, E_z) の 3 つの未知数があるのに対して，ポテンシャルは ϕ は未知数がひとつである．ポテンシャルから電場を導くためには微分—勾配の計算—が必要であるが，それでも圧倒的に労力が少ない．

それでは，スカラー場が満たす方程式を考えよう．復習で示した式 (11) のように，スカラー場の勾配が電場，$\boldsymbol{E} = -\nabla\phi$ となる．これは，静電場をあらわす式 (6)，すなわち $\nabla \times \boldsymbol{E} = 0$ を自動的に満足する．勾配の回転はゼロというベクトル恒等式の示すとおりである．従って，残りは式 (5)，$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \rho/\varepsilon_0$ である．これを，満足させるためには，

$$\nabla \cdot (-\nabla\phi) = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{14}$$

とすればよい．したがって，スカラーポテンシャルをあらわす微分方程式は

$$\nabla^2\phi(\boldsymbol{r}) = -\frac{\rho(\boldsymbol{r})}{\varepsilon} \tag{15}$$

となる．この式を「ポアソン方程式」と言う．また，領域に電荷がない場合は

$$\nabla^2\phi = 0 \tag{16}$$

となり，これを「ラプラス方程式」と言う．静電場の場合，一般的にはポアソン方程式で，電荷が無い特別な場合「ラプラス方程式」となる．

ポアソン方程式 (15) は，スカラーの方程式なので解きやすい．解きやすいといっても，これを直接計算するのは，そんなに易しいことではない．

計算はそんなに簡単ではないが，既にこの方程式の解は分かっている．先週，示したとおり

$$\phi(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{V'} \frac{\rho(\boldsymbol{r}')}{|\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}'|}\mathrm{d}V' \tag{17}$$

が解である．これが，ポアソン方程式 (15) の解である．無限遠を基準 ($\phi = 0$) としたときの任意の場所のポテンシャルを示す．この体積積分は，全宇宙にわたって行う必要がある．解は分かっているが，この解を使ってポテンシャルを計算することができるのは単純な問題に限られる．

それでは，微分方程式 (15) をどうやって解くと言うのだ．式 17 の問題点は，積分範囲が無限と言うことである．ブラウン管の電子銃の電場を計算するために，全宇宙の電荷を計算することになる．原理的に正しいが，そんなのはナンセンス．そこで，実際には有限な領域のみを計算対象とする．そして，その領域の端—境界—でのポテンシャルに条件を与える．境界条件を与えて，内部でのみポアソン方程式を計算する．具体的な計算方法は，時間がないので述べないが，

- 鏡像法
- 直交関数による展開
- 等角写像を用いる方法．これ，複素関数論の講義で学習した??．この方法は結構面白いし，役に立つ．
- 差分法．これについては，5 年生の計算機応用の講義で示した．
- 境界要素法
- 有限要素法

というような方法がある．そのほか，いろいろな方法がある．

ポテンシャルが分かるとなにがうれしいか?．それは，ポテンシャルはそれだけでも電圧という物理的な意味がある．それだけでもうれしいが，それを微分することにより電場も求められるのである．ポテンシャルが分かると静電場の問題は解けたと言える．

3.2　電気双極子

この計算はちょっと退屈だが，ポテンシャルを使って計算することの利点がはっきりするので，説明しておく．ポテンシャルから電場を計算する良い例である．

図 3 のように，電荷量の絶対値は等しいが符号が異なる 2 つの電荷が近距離にあるようなものを電気双極子と言う．この電気双極子が作る電場を求めたい．このような場を求める場合，ポテンシャルが大いに役立つ．

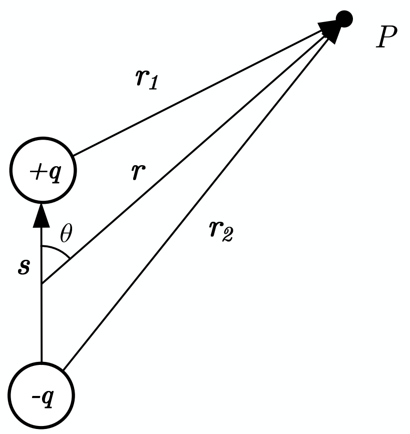

図 3: 電気双極子

図 3 の P 点でのポテンシャルを計算する．ただし，$|\boldsymbol{s}| \ll |\boldsymbol{r}|$ とする[1]．式 (17) で示したように，各々の電荷が作るポテンシャルの和となる．

$$\begin{aligned}\phi(\boldsymbol{r}) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r_2} \\ &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right] \\ &\qquad \text{余弦定理より} \\ &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2 - rs\cos\theta}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 - \left(\frac{s}{2}\right)^2 - rs\cos(\pi-\theta)}}\right] \\ &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{s}{2r}\right)^2 - \frac{s}{r}\cos\theta}} - \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{s}{2r}\right)^2 + \frac{s}{r}\cos\theta}}\right] \end{aligned} \tag{18}$$

ここで，$r/s \ll 1$ として，テーラー展開

$$f(1+\Delta x) \simeq f(1) + f'(1)\Delta x + \frac{f''(1)}{2!}\Delta x^2 + \cdots \tag{19}$$

[1] このような大小関係が現れた場合，テイラー展開を使うのだ—ととっさに分からなくてはならない．

を行う．これを使って，式 18 の (s/r) の一次の項まで，計算する．するとルートの部分のテイラー展開は

$$\frac{1}{\sqrt{1+\Delta x}} \simeq= 1 - \frac{1}{2}\Delta x \tag{20}$$

となる．これを利用すると，(s/r) の一次の項までの計算は，

$$\begin{aligned}\phi(\boldsymbol{r}) &\simeq \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\left[\left(1+\frac{s}{2r}\cos\theta\right)-\left(1-\frac{s}{2r}\cos\theta\right)\right] \\ &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\frac{s}{r}\cos\theta\end{aligned} \tag{21}$$

となる．ここで，双極子モーメント $\boldsymbol{p}$ を

$$\boldsymbol{p} = q\boldsymbol{s} \tag{22}$$

と定義する．すると，双極子が作るポテンシャルは，

$$\phi(\boldsymbol{r}) = \frac{qs\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{qsr\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \tag{23}$$

と書きあらわせる．

ポテンシャルが求まった．残りの問題は，これを微分して電場に直すことである．

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E} &= -\nabla\phi \\ &= -\nabla\frac{\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \\ &= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}\nabla\left(\frac{1}{r^3}\right)+\frac{1}{r^3}\nabla(\boldsymbol{p}\cdot r)\right] \\ &= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[-3\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{r}\frac{\boldsymbol{r}}{r^5}+\frac{\boldsymbol{p}}{r^3}\right] \\ &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{\boldsymbol{p}}{r^3}+\frac{3\boldsymbol{r}\left(\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{p}\right)}{r^5}\right]\end{aligned} \tag{24}$$

4　コンデンサーと静磁場のエネルギー

4.1　導体表面の電荷分布

図 4 のように絶縁体の棒を帯電させて，金属球に近づけると，クーロン力により金属中の自由電子は移動し，その結果，電荷分布の偏りが生じる．この場合，金属中の電場がゼロになるように，自由電子はとても早く移動する．もし，電場がゼロでないとすると，その作用により自由電子は電場をゼロにするように移動する．すなわち，電場がゼロになるまで電子は移動し続けるのである．この電場がゼロという状態は，外部の帯電させた絶縁体が作る電場と金属内の自由電子が作る電場をあわせてゼロということである．すなわち，金属内の自由電子は，外部からの電場をキャンセルするように移動するのである．

内部の電場の状態は分かった．金属の表面ではどうなるか?．金属の表面での接線方向の電場はゼロになる．もし，接線方向に電場があると，ここでも電子はそれをゼロにするように移動する．従って，接線方向の電場はゼロにならなくてはならない．従って，金属の表面では電場は法線方向のみとなる．金属から電子が飛び出さないのは，また別の力が働くからである．

金属の表面の法線方向の電場は，積分系のガウスの法則から導くことができる．金属表面の法線方向の電場を E_n とする．金属内部には電場はないので，この法線方向の電場は外側のみにある．そして，金属表面の電荷密度を σ とする．ここで，表面の微少面積 δS を考えると，ガウスの法則は，

$$E_n \Delta S = \frac{\sigma \Delta S}{\varepsilon} \tag{25}$$

となる．従って，

$$E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon} \tag{26}$$

である．これが，表面電荷密度と表面の電場の関係である．

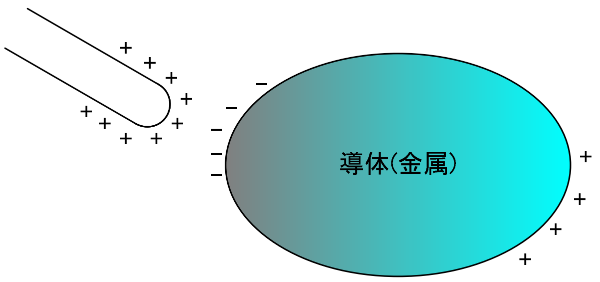

図 4: 静電誘導

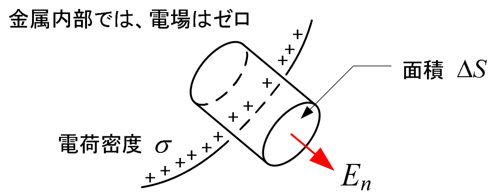

図 5: 表面にガウスの法則 (積分形) を適用

4.2 コンデンサー

2 つの導体を近づけて，各々に導線を接続させるとコンデンサーができあがる (図 6)．2 つの金属に正負が反対で等量の電荷 ($+Q$ と $-Q$) を与えたとする．このとき，両導体の間の電圧

$$V = -\int_A^B \boldsymbol{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\ell} \tag{27}$$

は積分の経路によらない．2 つの間の空間で，この積分が経路によらないのは以前示したとおりである．加えて，金属表面の接線方向にも電場が無い．従って，この積分 (電圧) は経路に依存しない．諸君は，これまでの学習や実験で電圧は経路によらないことは十分承知しているはずである．

また，電荷の分布の形が変わらなければ，電圧は電荷量に比例する．重ね合わせの原理が成り立つからである．従って，次のような量

$$C = \frac{Q}{V} \tag{28}$$

が定義できるはずである．この C は静電容量と呼ばれ，2 つの導体の形状と，その間の媒質の誘電率で決まる．

ここで，実際のコンデンサーの容量を求めてみよう．問題を簡単にするために，図 7 の平行平板コンデンサーを考える．下側の導体には $+Q$ が，上側には $-Q$ の電荷があるとする．通常，コンデンサーでは，導体間隔 (x 方向) に比べて，水平方向 (y,z 方向) には十分広い．そして，一様に電荷は分布している．その

ため，電場は，$(E_x, 0, 0)$ と考えることができる．また，導体の間の空間では，ガウスの法則が成り立つので[2]，E_x は至る所で同じ値になる．その値は，式 (26) より，

$$
\begin{aligned}
E_x &= \frac{\sigma}{\varepsilon} \\
&= \frac{Q}{\varepsilon S}
\end{aligned}
\tag{29}
$$

となる．ここで，S は導体の面積である．

電圧は，これを積分すれば良いので，

$$
\begin{aligned}
V &= \int_0^d \frac{Q}{\varepsilon S}\mathrm{d}x \\
&= \frac{Qd}{\varepsilon S}
\end{aligned}
\tag{30}
$$

となる．したがって，平行平板コンデンサーの容量は式 (28) から，

$$
C = \frac{\varepsilon S}{d} \tag{31}
$$

となる．これは，よく知られた式である．大きな容量のコンデンサーを作るためには，導体の間隔 d を小さく，その面積 S は広く，誘電率 ε の大きな媒質を使うことになる．

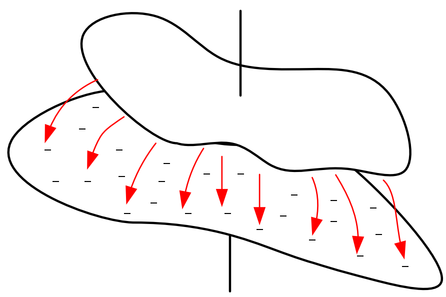

図 6: 2 つの金属プレートによるコンデンサー

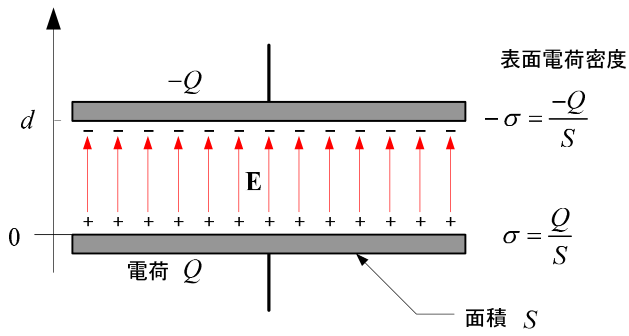

図 7: 平行平板コンデンサー

4.3 コンデンサーに蓄えられるエネルギー

コンデンサーの両電極に $+Q$ と $-Q$ を蓄えるためには，どれだけの仕事が必要が考えよう．電極に $-q$ と $+q$ が貯まっていた場合を考える．上の電極から，$\mathrm{d}q$ の電荷と取り，それを下の電極に移動させることを考える．電極間には電場があるため，それから受ける力に抗して，電荷を移動させなくてはならない．その抗

[2]微分形のガウスの法則を考えよ．

力と反対の外力により，電荷を移動させせることになるが，それがする仕事 (力 × 距離)$\mathrm{d}W$ は，

$$
\begin{aligned}
\mathrm{d}W &= -\mathrm{d}q\int_d^0 E_x \mathrm{d}x \\
&= -\mathrm{d}q\int_d^0 \frac{q}{\varepsilon S}\mathrm{d}x \\
&= \mathrm{d}q\frac{qd}{\varepsilon S} \\
&\qquad (C=\varepsilon S/d \text{ なので}) \\
&= \frac{q}{C}\mathrm{d}q
\end{aligned} \tag{32}
$$

となる．

コンデンサーの両電極に $+Q$ と $-Q$ を蓄えるために必要な外部からの仕事の総量は，式 (32) を 0〜Q まで積分する事により求められる．仕事の総量は，

$$
\begin{aligned}
W &= \int_0^Q \frac{q}{C}\mathrm{d}q \\
&= \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}
\end{aligned} \tag{33}
$$

である．外部からの仕事は，コンデンサーの内部にエネルギーとして蓄えられる．両電極にモーターを接続すると，それを回すことができ，蓄えられたエネルギーを取り出すことができる．コンデンサーに蓄えられたエネルギーは静電エネルギー U_e と言い，これを

$$
U_e = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \tag{34}
$$

のように記述する．これは，式 (28) を用いて

$$
U_e = \frac{1}{2}CV^2 \tag{35}
$$

と書かれるのが普通である．これで，コンデンサーをある電圧で充電したとき，そこに蓄えられているエネルギーが計算できる．

コンデンサーに関して，電気技術者は

$Q = CV$	容量の定義
$C = \dfrac{\varepsilon S}{d}$	容量の計算方法
$U = \dfrac{1}{2}CV^2$	蓄積エネルギー

暗記している．

4.4 静電場のエネルギー

コンデンサーのエネルギーはどこに蓄えられているのであろうか?．近接作用の考え方 (場の考え方) を取り入れると，それは両電極の空間に静電エネルギーあると考える．それでは，コンデンサーの蓄積エネル

ギーを場の式に直してみよう．そのために，電場を式 (26) を用いて，

$$E = \frac{Q}{\varepsilon S} \tag{36}$$

と書き換えておく．これと，コンデンサーの容量の式 (31) を用いると，蓄積エネルギーは，

$$\begin{aligned} U_e &= \frac{1}{2}CV^2 \\ &= \frac{1}{2}\frac{\varepsilon S}{d}(Ed)^2 \\ &= \frac{1}{2}\varepsilon E^2 Sd \\ &= \int \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \mathrm{d}V \end{aligned} \tag{37}$$

と書き換えられる．

これから，コンデンサー内部でのエネルギー密度は $1/2\varepsilon E^2$ と考えても良いだろう．これは，一般化できて，電場のエネルギー密度 w は

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon|\boldsymbol{E}|^2 \tag{38}$$

と計算できる．この式は，時間的に変化する場でも適用できる．

5 課題

[**問題 1**] 教科書　p.43 の練習問題 (2)(3)(4)

5.1 レポート提出要領

提出方法は，次の通りとする．

期限	6 月 14 日 (木)AM8:45 まで
用紙	A4
提出場所	山本研究室の入口のポスト，または講義開始時に手渡し
表紙	表紙を 1 枚つけて，以下の項目を分かりやすく記述すること． 授業科目名「電磁気学特論」 課題名「課題　静電場 (その 2)」 生産システム工学専攻　学籍番号　氏名 提出日
内容	問題の解答．計算課程をきちんと書くこと．