後期中間試験問題 (5E 計算機応用)

山本昌志*

2006 年 12 月 04 日

1 常微分方程式の数値計算法

リスト 1 は，4 次のルンゲ・クッタ法で常微分方程式

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} = x\sin x - y\cos x \tag{1}$$

$$\text{初期条件} \qquad x = 0 \quad \text{のとき} \quad y = 5$$

の近似解を計算するプログラムである．ただし，プログラムは次のようになっている．

- i 番目の x と y の計算結果は，配列 `x[i]` と `y[i]` に格納する．初期条件は，`x[0]` と `y[0]` に格納する．
- 計算に必要な値は，以下のように変数に格納する．
  - 計算を止める x の最終の値は，変数 `final_x` に格納.
  - 計算回数は，変数 `ncal` に格納.
- $\boxed{\quad イ \quad}$ は，4 次のルンゲ・クッタの計算を行い，近似解を配列 `x[]` と `y[]` に格納している．

[問 1] 4 次のルンゲ・クッタ法の漸化式を書け．

[問 2] プログラム中の $\boxed{\quad ア \quad}$ に入れる適当な文を書け．**ヒント** 初期条件を書く

[問 3] プログラム中の $\boxed{\quad イ \quad}$ に入れる適当な文を書け．

[問 4] プログラム中の $\boxed{\quad ウ \quad}$ に入れる適当な文を書け．

[問 5] この問題は，リスト 1 とは関係ない．次の微分方程式を 1 階の連立微分方程式に書き改めよ．

$$y''y' + x^2y'y + y = 0 \tag{2}$$

*国立秋田工業高等専門学校　電気工学科

リスト 1: 常微分方程式を解くプログラム

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#define IMAX 100001
double func(double x, double y);

/*===================================================================*/
/*          main function                                            */
/*===================================================================*/
int main(void){
  double x[IMAX], y[IMAX];
  double final_x , h;
  double k1, k2, k3, k4;
  int ncal, i;


  /*--- set initial condition and cal range ---*/

 ┌──────────────────────────────────────┐
 │                  ア                  │
 └──────────────────────────────────────┘

  final_x=10.0;
  ncal=10000;

  /* --- size of calculation step --- */

  h=(final_x-x[0])/ncal;


  /* --- 4th Runge Kutta Calculation --- */

 ┌──────────────────────────────────────┐
 │                                      │
 │                  イ                  │
 │                                      │
 └──────────────────────────────────────┘

  return 0;
}


/*===================================================================*/
/*          define function                                          */
/*===================================================================*/
double func(double x, double y){
  double dydx;

 ┌──────────────────────────────────────┐
 │                  ウ                  │
 └──────────────────────────────────────┘

  return dydx;
}
```

2　連立一次方程式の数値計算法

2.1　ガウス・ジョルダン法

[問 1] ガウス・ジョルダン法とはどのような方法か?．計算手順を簡潔に述べよ．

[問 2] ガウス・ジョルダン法で連立一次方程式の解を計算する関数に関する問いである．プログラム中の$\boxed{}$の部分の文を書け．

ただし，条件は以下の通りとする．

- 対角成分には，決して 0 が現れないものとする．即ち，ピボット選択は不要である．
- 行列式が 0 となる係数行列は，与えられないものとする．即ち，行列が特異な場合の処理は不要である．
- 仮引数 n は，解くべき連立方程式の未知数の数である．
- 仮引数の配列 a と b は，係数行列 $\boldsymbol{A}$ と非同次項 $\boldsymbol{b}$ である．
  - ∗ 係数行列は，配列 a[1][1]〜a[n][n] に格納されている．
  - ∗ 非同次項は，配列 b[1]〜b[n] に格納されている．
- プログラム実行後，連立方程式の解 $\boldsymbol{x}$ は，配列 b[1]〜b[n] に格納される．
- このプログラムでの処理が終了すると，配列 a[1][1]〜a[n][n] は単位行列になる．

リスト 2: ガウス・ジョルダン法の関数

```
/* ========= ガウスジョルダン法の関数 ================*/
void gauss_jordan(int n, double a[][100], double b[]){

}
```

2.2　ガウス・ザイデル法

[**問 1**]　反復法の計算原理を説明せよ.

[**問 2**]　反復法の計算原理から，ガウス・ザイデル法の漸化式を示せ．ガウス・ザイデル法の漸化式のみを書いただけではダメ．反復法の計算原理から，ガウス・ザイデル法の漸化式を導くこと.

[**問 3**]　次の連立方程式をガウス・ザイデル法で計算 (手計算) せよ．ただし，繰り返し回数は 3 回とし，初期値は $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ とする.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} \tag{3}$$