

電磁気学と電荷・電流

山本昌志*

2004年4月8日

1 本日の授業の内容と到達目標

本日は、電磁気学の序論ということで、基本的なお話をします。講義の内容と諸君が修得すべき到達目標を以下に示します。本日は、概論です。ノートを取る必要もありませんので気楽に聞いてください。講義は教科書に沿って進めますが、その説明のためにプリントを配ります。

- 学習内容の説明
 - － ここでの学習内容を説明する。
 - － 効果的な学習方法。
- 電荷と電流の担い手
 - － 自然界には4つの力があり、その影響の及ぶ範囲を説明する。その中で電磁気的な力は、自然界のほとんどすべてのことにかかわっていることを理解する。
 - － 電荷と電流の具体例について、説明する。
- 電荷と電場
 - － クーロンの法則について、説明する。
 - － ベクトルを用いたクーロンの法則の式が理解できる。
 - － 場の考え方が理解できる。
 - － 重ね合わせの原理が理解できる。

2 電荷と電流の担い手

2.1 自然界の力

自然界には、次に示す4つの力がある。というか、この4つの力しか発見されていない。たった、4つである。

*国立秋田工業高等専門学校 電気工学科

弱い力 原子核のベータ崩壊などの原因となる(粒子の種類を変えることの出来る)力。日常は経験することのない力だが、ミクロの世界では重要な役割を果たす。作用を及ぼす距離は、大体 10^{-18} [m] である。

強い力 クォークを結び付け、陽子 (p) や中性子 (n) を作り、またそれらから原子核を作る力。作用を及ぼす距離は、大体 10^{-15} [m] である。

重力 質量がある物質にの間に働く引力。作用を及ぼす距離は無限大と考えられている。

電磁力 電気を帯びた粒子にはたらく力。電子と原子核を結び付け原子を作る力、原子同士を結び付け分子を作る力は、電磁気力である。作用を及ぼす距離は無限大と考えられている。

2.2 電磁気力が関係する現象

肩の力を抜いて、みんなで、以下について考察しよう。これを考えることで、日常、経験することの大部分は電磁気力が関係することを理解して欲しい。

- 日常生活で感じる力は、どんなものがあるか?
- それが、先に示した力とどのようにかかわっているか?
- 力以外で、電磁気的な事柄がかかわることはどんなものがあるか?
- 日常生活で、電磁気的な事柄がかかわらないことはどんなことがあるか?
- そもそも、力とは何だろうか?。

3 電荷と電場

電気で最初に勉強するのは、なんといってもクーロンの法則 (Coulomb law) である。クーロンの法則については、教科書の3章真空の静電場のところで詳しく述べるので、法則そのものについては、さらっと聞いて欲しい。その代わりに、基本的な物理の考え方

- ベクトルとスカラー
- 作用反作用の法則
- 単位
- 場
- 重ね合わせの原理

を理解して欲しい。

3.1 クーロンの法則

教科書では、クーロンの法則は

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{R_{1,2}^2} \frac{R_{1,2}}{R_{1,2}} \quad (1)$$

と書いている。これは、図1のように表すことができる。この式が言っていることは、電荷の積が負の場合引力、正の場合斥力となる。力の大きさは距離の2乗に反比例し、電荷の積に比例する。

クーロンの法則について、次のことについて考察してみよう。

- 世の中に電荷が2つしかないとする。この場合、それぞれの電荷の大きさ調べる手立てはあるか？。
- それでは、電荷が3つある場合はどうか？
- 電子の電荷は $e = -1.602892 \times 10^{-19} [\text{C}]$ である。電子の電荷がなぜ負になっているか、考えてみよう？
- クーロン力は、距離の-2乗に比例する。なぜ、-2という丁度の数字なのか？。これは必然か？。-2.0001では不都合なのか？
- クーロン力は、各々の電荷の積の1乗に比例する。なぜ、1という丁度の数字なのか？。これは必然か？。1.00001では不都合なのか？
- クーロン力の方向は、2つの電荷の延長線上である。延長線上である必然はあるか？。他の方向を向くとどのような不都合があるか？

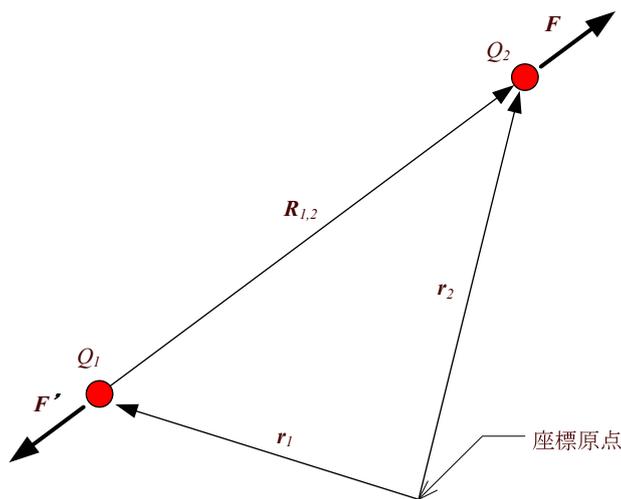


図1: クーロン力

3.2 ベクトルとスカラー

数式を記述する場合、右辺がスカラー量であれば左辺はスカラー量でなくてはならない。右辺がベクトル量であれば、左辺はベクトル量でなくてはならない。電磁気学を学ぶときには、どれがスカラーでどれがベクトルか良く考えるのがコツである。

それでは、式 (1) について、以下を確認せよ。

- そもそもベクトル (vector) とは?。スカラー (scalar) とは?。分かりやすい例を挙げよ
- ベクトルは方向と大きさを持つと言われる。方向と大きさはどのように表現できるか?
- 式 (1) で使われている変数をベクトルとスカラーに分けよ。
- 左辺にある $R_{1,2}/R_{1,2}$ は、何を表しているか?
- $R_{1,2}^2$ と $R_{1,2}$ と $R_{1,2}$ の関係は、どうなっているか?
- なぜ位置を表すのに、位置ベクトル (position vector) というベクトル量が使われるのか?。そもそも、位置はベクトルなのか?

これで分かったと思うが、太文字で書かれているのベクトルである。教科書もそうになっているし、今後私が渡すプリントもそのように表現する。

3.3 作用・反作用の法則

ベクトル $R_{1,2}$ をそれぞれの電荷の位置ベクトル r_1 と r_2 を用いて表すと、

$$\mathbf{R}_{1,2} = r_2 - r_1 \quad (2)$$

となる。これを利用して、クーロンの法則を書き換えると、

$$\mathbf{F} = k \frac{Q_1 Q_2}{|r_2 - r_1|^2} \frac{(r_2 - r_1)}{|r_2 - r_1|} \quad (3)$$

となる。この F は 2 の電荷に働く力である。次に 1 の電荷に働く力 F' を求めよう。1 の電荷についてもクーロンの法則が成り立つはずであるから、この力を求めるためには式 (3) の添え字の 1 と 2 を入れ替ればよい。したがって

$$\begin{aligned} \mathbf{F}' &= k \frac{Q_2 Q_1}{|r_1 - r_2|^2} \frac{(r_1 - r_2)}{|r_1 - r_2|} \\ &= -k \frac{Q_1 Q_2}{|r_2 - r_1|^2} \frac{(r_2 - r_1)}{|r_2 - r_1|} \end{aligned} \quad (4)$$

である。

式 (3) と式 (4) を比べると、

$$\mathbf{F} = -\mathbf{F}' \quad (5)$$

の関係があることが分かる。この式は、2 つの電荷に働く力の大きさが等しく、向きが反対であると言っている。これは、作用・反作用の法則と呼ばれるものである。

3.4 単位について

数学では単位を気にすることは無いが、自然科学では単位は非常に重要である。自然科学において、等号や不等号で表せる関係式の両辺の単位は、全く同じである。単位の異なるもの、たとえば面積と質量は比較できないからである。それと同じように、加算や減算を行う場合、その2つの演算対象も同じ単位でなくてはならない。一方、積や除算の場合は、演算対象の単位は異なっても良い。導いた式が正しいか否か調べる場合、まずは単位を確認することから始めよ。

教科書に書かれているように、比例係数

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \quad (6)$$

と、普通は書かれる。真空の誘電率の値とその単位は

$$\epsilon_0 = \frac{10^7}{4\pi c^2} = 8.854 \times 10^{-12} \quad \left[\frac{C^2}{N \cdot m^2} \right] \quad (7)$$

である。

- クーロンの法則から、この真空の誘電率の単位を導け

3.5 電場

3.5.1 遠隔作用

遠隔作用については、教科書に書いてあるとおりである。図1の電荷1が電荷2に及ぼす力が、媒介が無くても伝わると考えるのが遠隔作用である。この解釈は受け入れがたく、通常は使われない。ニュートンが万有引力の法則を発表したとき、それは遠隔作用で、なかなか受け入れがたかったようである。何も無い真空を通過して、力が伝わることに人々は難色を示したのである。日常、見たり感じたりする力は、何かの媒質が介在するものである。液体や固体、気体を通して力は感じるものである。でも、当時は磁石による力は分かっている、それは遠隔作用に思える。人々は何のように考えていたのか興味がある¹。

気とか超能力とか言う人は、遠隔作用を支持しているように思えるが、いかがなものか。

3.5.2 近接作用

近接作用と電場の考え方は、教科書に書いてあるとおりである。これが、現代的な考え方である。

図1の電荷 Q_1 が直接 Q_2 に作用するのではない。まず Q_1 は、その近くの空間の物理的な状態を変化させ、それ変化が次々と伝わり、 Q_2 に達した時点で、それに影響を及ぼす。 Q_1 は空間(場)に作用を及ぼし、 Q_2 は空間から作用を及ぼされるのである。これは、明らかに遠隔作用ではなく、近接作用と呼ばれる。これが場の考え方である。

観測される結果が遠隔作用と同じであれば、ただの言い換えに過ぎない。遠隔作用と近接作用の決定的に異なることがある。それは、作用が伝わる時間である。遠隔作用では瞬時に影響が伝わるが、近接作用では有限の時間が必要である。観測の結果、影響が伝わる速度は、光速と同じである。

¹たぶん、今売れている山本義孝の「磁力と重力の発見」にこのことが書かれていると思われる

それでは、クーロン力を伝える電場というものを考える。ある場所に電荷 Q' を置く。すると、その電荷は F の力を受けたとする。場の考え方では、その電場 E が作用して、力が生じたとする。すなわち、

$$F = Q'E \quad (8)$$

である。これが電場の定義と考えても良い。

- 電場の定義とクーロンの法則を用いて、電荷 Q が作る電場を表す式を求めよ。

3.6 重ね合わせの原理

クーロンの法則、式 (1) から、電荷の作用は加算できることが分かる。これは、2つの電荷に作用するクーロン力は、他の電荷に影響されないことを意味する。重ね合わせの原理の例として、3つの電荷がある場合を考える。1番目の電荷に働く力は、2番目からの影響と3番目からの影響を足し合わせたものになる。すなわち、

$$F_1 = k \frac{Q_2 Q_1}{R_{2,1}^2} \frac{R_{2,1}}{R_{2,1}} + k \frac{Q_3 Q_1}{R_{3,1}^2} \frac{R_{3,1}}{R_{3,1}} \quad (9)$$

となる。これは、3個の場合であるが、いくら電荷があってもこれは成り立つ。

- この力の重ねあわせが成り立てば、電場の重ね合わせの原理が成り立つことを示せ。

3.7 位置エネルギー

この辺については、教科書の補足にとどめる。

万有引力の法則は、

$$F = -G \frac{mM}{r^2} \frac{r}{r} \quad (10)$$

である。ここで、 G は万有引力定数、 m と M は質点の質量、力 F と位置や距離を表す r や r は、図 1 とほとんど同じである。これは、クーロンの法則と似ている。

4 課題

以下について、調査して、レポートとして、提出せよ。提出期限は 4 月 23 日とする。

- クーロンがクーロンの法則を発見したときの実験装置は、どのようなものであったか？
- キャベンディッシュ(Cavendish) が重力定数を測定したときの実験装置は、どのようなものであったか？